La identidad (3.2) se puede demostrar usando la fórmula multinomial para desarrollar el último término, $(\sum p_i)^{n-k}$. Solamente hay que hacer un simple cambio en los índices de la sumatoria. (más detalles más adelante, en la discusión de (3.3)) De (3.2) se obtiene (3.1) inmediatamente. De esta forma no se requiere usar inducción.

La identidad (3.3) se puede obtener de la manera siguiente.

Sean $x_1, x_2, \ldots, x_m$ indeterminadas. Definimos $y_i = 1 - x_i$, para $1 \leq i \leq m$. Es fácil demostrar la identidad

$1 - x_1 x_2 \cdots x_m = y_1 x_2 \cdots x_m + y_2 x_3 \cdots x_m + \cdots + y_{m-1} x_m + y_m$

Entonces, usando la fórmula multinomial obtenemos que

$$(1 - x_1 x_2 \cdots x_m)^{n-k} = \sum_{r_i} \binom{n-k}{r_1, r_2, \ldots, r_m} \prod_{i=1}^{m} y_i^{r_i} \prod_{i=2}^{m} x_i^{s_{i-1}}$$

donde la suma es sobre los multi-índices $(r_1, r_2, \ldots, r_m)$ de enteros no-negativos con $\sum r_i = n - k$, y $s_i = r_1 + r_2 + \cdots + r_i$.

La relación entre los r_i y los índices j_i que tu usas es $j_i = n - s_i$.

Con un poco más de trabajo algebraico se obtiene (3.3), poniendo $x_i = p_i^{\tau_i}$. (Usé τ en lugar de tu r gótica).